Ⅰ．はじめに

ゆき：本題に入りたいと思いますが、**隅谷・長島理論**とはどういう理論ですか？

時駆老人：一言で言うなら、産業論の包括的体系の構築です。現代の高度化・複雑化した産業の分析にとっては必須の理論です。

50年以上前の1967年に出版された隅谷三喜男先生編著の『鉄鋼産業の経済理論』において、長島敏雄さんが、ブリキ薄板（鋼板）に着目し、そこにおける八幡製鉄とそのユーザーである東洋製缶の関係において、ある種の競争関係、言うなれば**間接的な競争関係**にあると示唆したのが始まりと言えそうです。

例えば、1つの製品があり需要関数が与えられたとします。その製品において、多くの企業が部品を生産したり、それを組立・加工し製品化したりと関与していますが、その関与している企業間に如何なる直接的・間接的な競争関係が存在するのかと言うのかが課題です。そして、ある企業から見た時、市場がどのように見えるのか。例えば、間接的な競争における利潤最大化行動とは如何なるものなのかとか、需要関数はそれぞれ如何なるものなのか等々。

Ⅱ．間接的な競争関係とは

ゆき：先ずは、単純化して具体的な数値で見てみないとイメージが湧きにくいかも知れませんね。

時駆老人：そうですね。単純化して2者競争でみることにしましょう。或る製品がそれぞれ独占の2つの企業の分業により生産されているとします。それぞれ、サブシステム1における企業10と、サブシステム2における企業20として、

需要関数　$P=100-q$

単位費用をそれぞれ、$C_{10}=20$、$C_{20}=30$とします。両者ともクールノー的な行動($k_{10}=k_{20}=1$)を採ったなら、市場均衡はどうなるかというと；—

関係式は$P=(a+kC)/(k+1)$ですので、これに代入すれば良いだけですが、ここで注意を要するのが、**直接的な競争**のみの場合は$k=k_{01}+k_{02}$であったのに対し、**間接的な競争**の場合は、**$1/k=1/k_{10}+1/k_{20}$**の関係にあります。ですので、両者ともクールノー的な利潤最大化行動を採るなら、

$1/k=1/k_{10}+1/k_{20}=1/1+1/1=2$ですので、$k=1/2$となります。

単位コストは$C=C_1+C_2=20+30=50$ですので、

価格 $P=(a+kC)/(k+1)=(100+0.5*50)/(0.5+1)=250/3≒83.33$

供給数 $q=q_{10}=q_{20}=100-P=50/3≒16.66$

供給数1個当たりの利益（単位利潤 r ）は、以下の様に計算されます。

$r_{10}=k(a-C)/[k_{10}(k+1)]=0.5*(100-50)/(1*1.5)=50/3≒16.66$

$r_{20}=k(a-C)/[k_{20}(k+1)]=0.5*(100-50)/(1*1.5)=50/3≒16.66$

それぞれの企業の利潤は $\pi_{10}=\pi_{20}=2500/9≒277.78$

ゆき：以上をまとめて整理しておきますと以下の様になります。
表1：双方がクールノー的行動を採った場合

		価格	供給数	単位費用	単位利潤	利潤計
	k	P	q	C	r	π
企業10	1.0	36.67	16.67	20.00	16.67	277.78
企業20	1.0	46.67	16.67	30.00	16.67	277.78
合計	0.5	83.33	16.67	50.00	33.33	555.56

利潤は費用とは無関係であり、k の値のみに依存します。

・・・・・・・・・・・・・・
全体の構造を理解するために、

補足1
サブシステム h における j 番目の企業を k_{hj}、C_{hj}、q_{hj}、…、とサフィックス hj をつけて表記する。サブシステム h の合計として、k_h、C_h、q_h、…、とサフィックス h をつけて表記。
サブシステム h とサブシステム h 内の個々の企業の関係(合成)
$k_h=\Sigma k_{hi}=k_{h1}+k_{h2}+,\ldots,+k_{hn}$
サブシステムのコストの合成には以下の様な調整が必要です。
$C_h=(\Sigma k_{hi}C_{hi})/k_h=(k_{h1}C_{h1}+\ k_{h2}C_{h2}+,\ldots,+k_{hn}C_{hn})/(k_{h1}+k_{h2}+,\ldots,+k_{hn})$
$q=q_h=\Sigma q_{hi}$
全体とサブシステムの関係(合成)
$1/k=\Sigma 1/k_i=1/k_1+1/k_2+,\ldots,+1/k_m$
$C=\Sigma C_i=C_1+C_2+,\ldots,+C_m$

(サフィックスの付け方について)
尚、例えば独占の場合、直接的な競合企業が存在せず区別する必要がない場合は j=0 とし、この場合は、$k_{h0}=k_h$、$C_{h0}=C_h$、$r_{h0}=r_h$ であり、特には区別しないものとします。
また、導入編の様に直接的競争のみを扱う場合は h=0 と表記します。

具体的な数値で計算しておきます。
それぞれの k_{hj} 及び単位コスト C_{hj} が与えられれば均衡がもとめられます。例えば、サブシステム1は2者競争、2は3者競争、3は4者競争として、それぞれ
$k_{11}=4.8$、$k_{12}=3.2$、$C_{11}=15$、$C_{12}=15.5$
$k_{21}=5$、$k_{22}=3$、$k_{23}=2$、$C_{21}=3.4$、$C_{22}=3.8$、$C_{23}=5.3$

$k_{31}=8$、$k_{32}=4$、$k_{33}=16$、$k_{34}=12$、$C_{31}=30$、$C_{32}=30.3$、$C_{33}=31$，$C_{34}=31.5$
それぞれを合成し、
$k_1=k_{11}+k_{12}=8$、$k_2=k_{21}+k_{22}+k_{23}=10$、$k_3=k_{31}+k_{32}+k_{33}+k_{34}=40$、$1/k=1/k_1+1/k_2+1/k_3=1/4$、よって $k=4$
$C_1=(k_{11}C_{11}+k_{12}C_{12})/k_1=15.2$、$C_2=(k_{21}C_{21}+k_{22}C_{22}+k_{23}C_{23})/k_2=3.9$、$C_3=(k_{31}C_{31}+k_{32}C_{32}+k_{33}C_{33}+k_{34}C_{34})/k_3=30.9$、$C=C_1+C_2+C_3=15.2+3.9+30.9=50$
システム全体としては、単位コスト 50 のクールノー的な利潤最大化行動を採る 4 社による競争に集約できます。

価格は、$P=100-q=(a+kC)/(k+1)=(100+4*50)/(4+1)=60$
供給数は、$q=100-P=40$
単位利潤は、$r=P-C=(a-C)/(k+1)=50/5=10$、

サブシステムの単位利潤比は、$r_1:r_2:r_3=k/k_1:k/k_2:k/k_3$ の関係にありますので、
$r_1=k*r/k_1=4*10/8=5$、$r_2=k*r/k_2=4*10/10=4$、 $r_3=k*r/k_3=4*10/40=1$
例えば企業 hj の供給数は、$k_{hj}=q_{hj}/r_{hj}$ の関係より、
$q_{11}=k_{11}r_{11}=k_{11}*(r_1+C_1-C_{11})=4.8*(5+15.2-15)=24.96$
$q_{12}=k_{12}r_{12}=k_{12}*(r_1+C_1-C_{12})=3.2*(5+15.2-15.5)=15.04$
同様に、q_{hj} を計算していきます。

纏めますと、
表 2：システム全体

	k	価格	単位利潤	単位コスト	供給数	総利潤	π実際値
		P	r	C	q	π	
システム全体	4.0	60.0	10.0	50.00	40.00	200.000	208.640

単位コスト 50 のクールノー的な利潤最大化行動を採る 4 社に集約。

次に、サブシステムに展開しますと、
表 3：サブシステムへの展開

	k_h	P_h	r_h	C_h	q_h	π_h	π_h実際値
サブシステム1	8.0	20.2	5.0	15.20	40.00	100.000	100.240
サブシステム2	10.0	7.9	4.0	3.90	40.00	80.000	82.600
サブシステム3	40.0	31.9	1.0	30.90	40.00	20.000	25.800

単位コスト 15.2 のクールノー的な利潤最大化行動を採る 8 社、単位コスト 3.9 のクールノー的な利潤最大化行動を採る 10 社、単位コスト 30.9 のクールノー的な利潤最大化行動を採る 40 社による間接的競争に展開。

次に、各企業に展開すると、

表 4：企業への展開

		k_{hj}	P_{hj}	r_{hj}	C_{hj}	q_{hj}	π_{hj}
サブ1	企業11	**4.8**	20.2	5.2	**15.0**	24.96	64.896
	企業12	**3.2**	20.2	4.7	**15.5**	15.04	35.344
サブ2	企業21	**5.0**	7.9	4.5	**3.4**	22.5	50.625
	企業22	**3.0**	7.9	4.1	**3.8**	12.3	25.215
	企業23	**2.0**	7.9	2.6	**5.3**	5.2	6.760
サブ3	企業31	**8.0**	31.9	1.9	**30.0**	15.2	14.440
	企業32	**4.0**	31.9	1.4	**30.5**	5.6	3.920
	企業33	**16.0**	31.9	0.9	**31.0**	14.4	6.480
	企業34	**12.0**	31.9	0.4	**31.5**	4.8	0.960

サブシステム内の直接的競争に展開、およびコストの補正。

補足 2

間接的競争及び直接的競争における最大化条件を記しておきます。例えば、企業 11(独占の場合は企業 10)の利潤最大化条件は；—

$$k_{11}=\sum_2^n k_{1i}+1/\left(\sum_2^m 1/k_i+1\right)$$

直接的競争のみなら、他のサブシステムに関する **$1/(\Sigma 1/k_i+1)$**項は捨像され、

$k_{11}=k_{12}+\ldots+k_{1n}+1$

独占で直接的な競争が無いなら、サブシステム内の競合に関する Σk_{1i} 項は捨像され、

$1/k_{10}=1/k_2+1/k_3+\ldots.+1/k_m+1$

・・・・・・・・・・

III. 間接的な競争関係における利潤最大化行動

ゆき：そして、実際には企業はクールノー的な行動を採っている訳でもなく、任意の k_{hj} を採っているんですよね。

時駆老人：そうですね。例えば、独占企業 10 が利潤最大化を図るなら、間接的な競争の場合の条件は、

$k_{10}=1/(1/k_{20}+1)$

ですので、企業 20 がクールノー的な最大化条件である $k_{20}=1$ を採るなら、企業 10 が $k_{10}=1/(1/k_{20}+1)=1/(1+1)=0.5$ を採ると企業 10 の利潤は最大化します。k を求めると、$1/k=1/k_1+1/k_2=1/0.5+1/1=3$ となりますから、$k=1/3$

$P=(a+kC)/(k+1)=(100+1/3*50)/(1/3+1)=250/3=87.5$、供給数は $q=12.5$ で、それぞれの 1 単位当たりの利潤 r_{10}、r_{20} は、

$r_{10}=k(a-C)/[k_1(k+1)]=1/3*(100-50)/(0.5*4/3)=25$
$r_{20}=k(a-C)/[k_2(k+1)]=1/3*(100-50)/(1*4/3)=12.5$
と計算されますから、企業 10 の利潤 $\pi_{10}=r_{10}*q=312.5$、一方、企業 20 利潤 $\pi_{20}=156.25$

如何なる場合であれ、$k=1$ が全体の利潤最大化条件となりますから、その際の価格は $P=75$ ですが、いずれもこの価格を超えていますね。間接的な競争の場合は、利潤フロンティア上にあるための条件は $1/k_1+1/k_2=1$ を満たす必要が有り、この場合、両者の合計利潤は最大化($\pi_{10}+\pi_{20}=625$)しますので、両者ともにより競争的に振る舞うことが必要なようです。例えば、$k_1=2$ なら $k_2=2$，$k_1=3$ なら $k_2=1.5$ といったケースで両者合計の利潤が最大化します。

ゆき：$k_1=2$ なら $k_2=2$，$k_1=3$ なら $k_2=1.5$ といったケースも計算しておきます。

表 5：両者合計の利潤最大化（$1/k=1/k_1+1/k_2=1$ の条件を満たすケース）

		価格	供給数	単位費用	単位利潤	利潤計
	k	P	q	C	r	π
企業10	2.00	75.00	25.00	20.00	12.50	312.50
企業20	2.00	75.00	25.00	30.00	12.50	312.50
合計	1.00	75.00	25.00	50.00	25.00	625.00

		価格	供給数	単位費用	単位利潤	利潤計
	k	P	q	C	r	π
企業10	3.00	75.00	25.00	20.00	8.33	208.33
企業20	1.50	75.00	25.00	30.00	16.67	416.67
合計	1.00	75.00	25.00	50.00	25.00	625.00

合成の誤謬とでも言うべきなのか、部分最適は必ずしも全体最適とはならないと言うべきなのか、各々が利潤最大化的な行動を採ると、逆に利潤は減ってしまうことになる様ですね。ところで、間接的な競争の場合の需要関数と言うか、ある種の反応関数と言うべきなんでしょうが、どうなるんでしょうか。

時駆老人：間接的な競争の場合、取引関係などによって、コストの重複なども有って、厄介なところが有るのですが、そのため、コストを捨象し、利潤のみに着目して分析されるようです。そうしますと同じ土俵で比較できますし。コストに関しては、全体を次の様に纏めてしまい、

$$C=C_1+C_2+,..,+C_n=\Sigma k_{1i}C_{1i}/k_1+\Sigma k_{2i}C_{2i}/k_2+,\ldots,+\Sigma k_{ni}C_{ni}/k_n$$

これを実効単位費用Cとして一括し、且つ捨象してしまう手法です。需要関数から単位コストCを捨象したものを補正需要関数ないしは単位利潤関数として r で表現しますと、

$r = P - C = 100 - C - q$

例えばそれぞれの単位利潤関数は以下の様に表されます。企業 10 が利潤最大化した際の $k_{10} = 0.5$、$k_{20} = 1$，$k = 1/3$、$C = 50$ を代入しておくと、

$r = (a - C) - q = 50 - q$

$r_{10} = (a - C) - (1/k_{20} + 1)q = 50 - 2q$

$r_{20} = (a - C) - (1/k_{10} + 1)q = 50 - 3q$

これに対して一種の供給関数とでもいう物でしょうか、

$r = q/k = 3q$

$r_{10} = q/k_{10} = 2q$

$r_{20} = q/k_{20} = q$

それぞれの交点はで単位当たりの利潤が求められますが、以下の式から計算できます。

$r = (a - C)/(k + 1) = 50/4/3 = 37.5$

$r_{10} = k(a - C)/[k_1(k + 1)] = 1/3*50*3/2 = 25$

$r_{20} = k(a - C)/[k_2(k + 1)] = 1/3*50*3/4 = 12.5$

当然ですが、$r = r_{10} + r_{20}$ です。

ゆき：ここで以上を整理しておきますと以下の様になります。

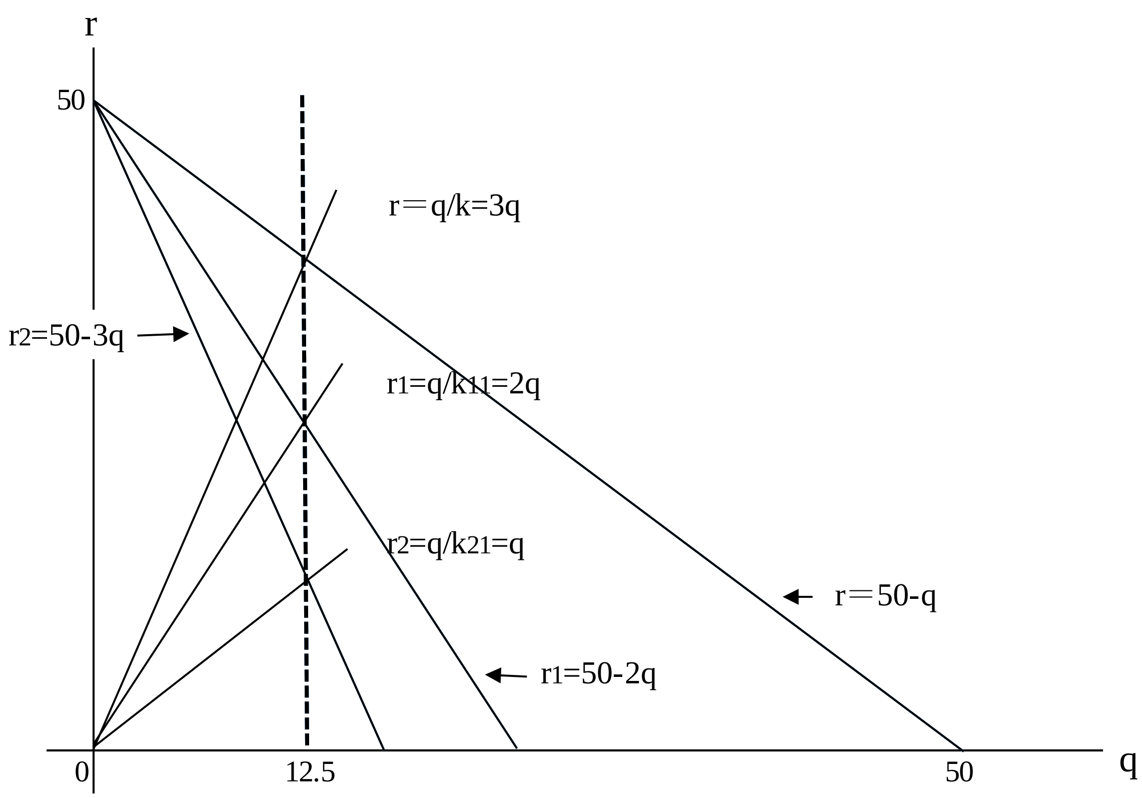
表 6：企業 10 が利潤最大化

		価格	供給数	単位費用	単位利潤	利潤計
	k	P	q	C	r	π
企業10	0.50	45.00	12.50	20.00	25.00	312.50
企業20	1.00	42.50	12.50	30.00	12.50	156.25
合計	0.33	87.50	12.50	50.00	37.50	468.75

図で表しますと、

x 軸に数量 q、y 軸に単位利潤 r の座標に描くと、$q = q_{10} = q_{20} = 12.5$ の垂直な線上で、それぞれの単位利潤関数と供給関数が交わることになります。

図 1：単位利潤関数と供給関数の交点の関係（q-r 平面への投影）



需要関数というか、単位利潤関数と言うべきでしょうが、他のサブシステムの競争状態というか k_h の値によって大きく変化するんですね。他のサブシステムの寡占度が高まれば高まるほど単位利潤関数は急峻になりますし、ある意味では市場が縮小したように見えそうですね。

IV. 従属度の概念導入による三次元への拡張

時駆老人 : そうなります。あるサブシステムから見ると他の間接的競合関係にあるサブシステムの競争状態を表す k_h の値によって、市場が拡大したり縮小したりするように見えてしまいますね。実際の製品って多数のサブシステムから構成されていますし、それらの寡占度如何によって直面する市場は変化します。
先ほど企業 10 の単位利潤関数として、以下を示しましたが、これって

$r_1＝(a－C)－(1/k_2＋1)q＝50－2q$

となりますので、システム全体の単位利潤関数の傾きが－1 であったのが－2 と急峻になってしまってます。
更に追加してサブシステム 3 を加えると(尚、サブシステム 1，2 は独占ですから、$k_{10}＝k_1$、$k_{20}＝k_2$)、

$r_1＝(a－C)－(1/k_2＋1/k_3＋1)q$

更に、サブシステムを追加していくと

$r_1=(a-C)-(1/k_2+1/k_3+1/k_4+,\ldots,+1/k_n+1)q$

となるんですが、ここで、

$\alpha_1=1/k_2+1/k_3+1/k_4+\ldots.+1/k_n=1/k-1/k_1$

とおいて、この α_1 をサブシステム 1 の**従属度**と定義し、これを z 軸として追加し、単位利潤関数は 3 次元で表記されていました。そうしますと

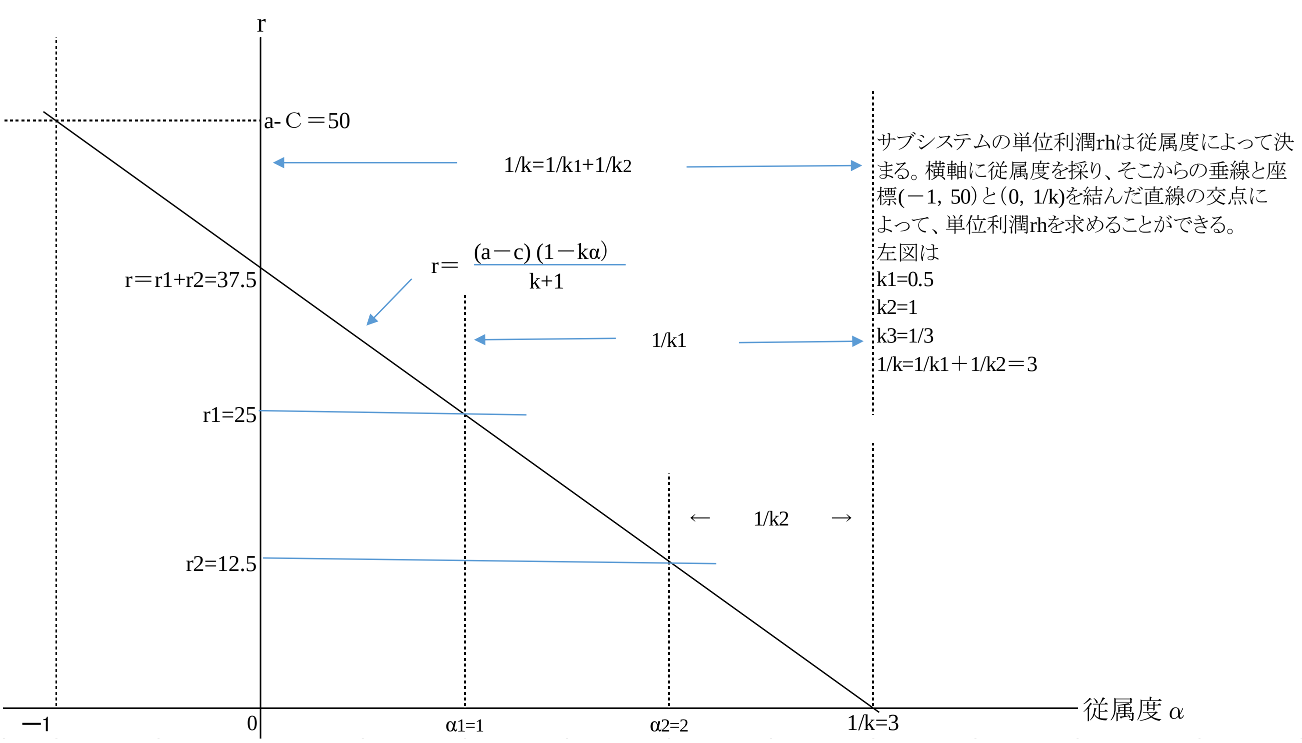
$r_1=(a-C)-(1/k_2+1/k_3+1/k_4+\ldots.+1/k_n+1)q=50-(\alpha_1+1)q$

と表現されるのですが、α_1 の値が大きくなるほど、つまり従属度が高くなるほど、サブシステム 1 から見える単位利潤関数は急峻となり、実質的に市場が縮小します。

他のサブシステムの全てが完全競争なら $r_1=50-q$ なのが、α_1 が大きくなるのに従い、直線の傾きが−2 とか−3 とか、どんどん急峻になって行きます。それと、サブシステムの利潤って、$1/k_h$ に比例し、例えば、$k_1=1$、$k_2=1.5$、$k_3=2.3$、…、$k_n=0.5$ なら、サブシステムとしての利潤の比は $\pi_1:\pi_2:\pi_3:...:\pi_n=1/1:1/1.5:1/2.3:.....:1/0.5$ という関係になります。

ゆき：図をかきますと、以下の様になりますね。

図 2：q＝12.5 の「r－α 平面と平行な面」と単位利潤曲面との交線(r－α 平面への投影)



時駆老人：上の図 2 は従属度 α と利潤の関係を表したものですが、この直線を式で表すと、

$r=(a-C)(1-k\alpha)/(k+1)$

となるのですが、上の図 2 の前提では、$k=1/3$ ですので、

$r=50(1-\alpha/3)/4*3=37.5-12.5\alpha$

となり、r 軸との交点の 37.5 が全体の単位利潤となり、サブシステムの従属度の数値を代入するとそれぞれのサブシステムの単位利潤が求められる構造になっています。サブシステム 1 は $r_{10}=r_1=37.5-12.5\alpha=37.5-12.5=25$ となり、2 は $r_{20}=r_2=37.5-12.5\alpha=37.5-25=12.5$ となり、$r=r_{10}+r_{20}$ が成り立っています。

単位利潤曲面（図 3 として後ででてきますのでそれを参照ください）を $q=12.5$ の「$r-\alpha$ 平面と平行な面」で単位利潤曲面を切った際の交差する直線を表したものです。

ゆき：サブシステムの利潤って、相対的なものであり、且つ k の値のみによって単位利潤は決まるのであって、コストは全体としては影響しても、個々のサブシステムにおいてはそれほど大きな意味を持たない様ですね。例えばサブシステム 1 のコストダウンの寄与は $1/k_h$ に応じてサブシステム 2 も享受できるってことですし。導入編でみた、直接的競争の場合はコストが競争関係において大きな意味を持っていましたけど、間接的な競争におけるコストの意味合いというものはかなり異なってきますね。

時駆老人：そうですね。そもそも、サブシステムの個々のコストを捨象して分析がなされていますし、システム全体としては意味があっても、個々のサブシステムに関しては、特には意味が無いというべきなのかも。言うなれば、競争的なサブシステムほどコストダウンが進むのでしょうが、その恩恵は寡占的なサブシステムにより多く帰属します。

ゆき：話を戻しますが、コストに関しても実際に影響するのは”実効”コストと言う、k で一種の加重平均を採ったようなコストの方なんですね。導入編の方では敢えて触れませんでしたけど、
例えば、導入編の**直接的競争**に於けるシュタッケルベルグの企業 01 主導、企業に主導のケースですと、

$C=(k_{01}C_{01}+k_{02}C_{02})/k_1=(2*50+1*60)/(2+1)=160/3\fallingdotseq 53.33$ が実効単位コストであって、

$P=(100+kC)/(k_1+1)=260/4=65$

と計算されるべきなんですね。実際の平均コストは、

$(C_{01}q_{01}+C_{02}q_{02})/(q_{01}+q_{02})=(50*30+60*5)/35=1800/35=360/7\fallingdotseq 51.43$

となるんですが、実際の平均コストより実効平均コストは若干高めになりますね。

時駆老人：実際のコストに置き換えるには補正が必要となりますが、例えば、サブシステム 1 の企業 11 の単位利潤は、

$r_{11}=k(a-C)/[k_1(k+1)]+t_{11}$

と表現されますが、ここで t_{11} は、単位コストの補正項で、以下の様になります。

$t_{11}=C1-C_{11}=[k_{11}(C_{11}-C_{11})+k_{12}(C_{12}-C_{11})+\ldots\ldots+k_{1n}(C_{1n}-C_{11})]/k_1$

です。

ここで、サブシステム 1 を 1 者の独占から 2 者競争に拡張し、且つ、シュタッケルベルグ的な最大化行動を企業 11 がとり、一方、企業 12 はクールノー的最大化行動、企業 20 もクールノー的最大化行動を採るとして、試算しておくと、
条件を、$C_{11}=19$、$C_{12}=22$、$C_{20}=30$、$k_{11}=2$、$k_{12}=1$、$k_{20}=1$ として、単位コスト及び k の合成を行い、
$C_1=(k_{11}C_{11}+k_{12}C_{12})/k_1=(2*19+1*22)/3=20$、$C=C_1+C_2=50$
$1/k=1/k_1+1/k_2=4/3$ ですので、$k=3/4$
それらを、代入して価格、単位利潤、供給数を求めると、
$P=(100+kC)/(k+1)=(550/4)/(7/4)=550/7$、$q=100-P=150/7$
$r_1=k(a-C)/[k_1(k+1)]=3/4*50/[3*(3/4+1)]=50/7$
$r_2=r_{20}=k(a-C)/[k_2(k+1)]=3/4*50/[1*(3/4+1)]=150/7$
$q_{11}=k_{11}r_{11}=k_{11}(r_1+C_1-C_{11})=2*(50/7+20-19)=114/7$
$q_{12}=k_{12}r_{12}=k_{12}(r_1+C_1-C_{12})=1*(50/7+20-22)=36/7$
などと、計算されます。

ゆき：整理しておきますと、
表 7:全体からのサブシステム、個別企業への展開

	k	P	r	**C**	q	π	π実際値
システム全体	**0.75**	78.57	28.57	**50.00**	21.43	612.24	618.24

	k_h	P_h	r_h	**C_h**	q_h	π_h	π_h実際値
サブシステム1	**3.00**	27.14	7.14	**20.00**	21.43	153.06	159.06
サブシステム2	**1.00**	51.43	21.43	**30.00**	21.43	459.18	459.18

		k_{hj}	P_{hj}	r_{hj}	**C_{hj}**	q_{hj}	π_{hj}
サブ1	企業11	**2.00**	27.14	8.14	**19.00**	16.29	132.61
	企業12	**1.00**	27.14	5.14	**22.00**	5.14	26.45
サブ2	企業20	**1.00**	51.43	21.43	**30.00**	21.43	459.18

間接的な競争の場合、個々のサブシステムに関して、直接的競争関係にある全ての企業を集約して、単位コストC_hを持つクールノー的利潤最大化行動を採る企業数 k_h として扱いますし、それが間接的な競争において実質的に意味を成すってことですね。
それと、実数計算の仕組みって、個別企業から計算し、それを積み上げるのではなくて、逆に全体を計算してから、サブシステム、更には個別企業に展開していくんですね。
それから、企業 11 はサブシステムという枠組みではシュタッケルベルグ的な利潤最大化行動となっていますけど、サブシステム 2 も斟酌した場合には、利潤最大化とは言えないんですね。

時駆老人:単に直接競争の相手のみではなく、間接競争に対しても斟酌する必要があります。企業 11 の間接競争も含めた利潤最大化条件は、

$k_{11}=\sum_{2}^{n} k1i+1/(\sum_{2}^{m} 1/ki+1)=k_{12}+1/(k_2+1)=1+1/2=3/2$

となりますから、$k_{11}=2$ を $k_{11}=3/2$ に置き換えると、企業 11 の利潤最大化となります。

ゆき：計算をしておきますと、

表 8：企業 11 の利潤最大化

	k	P	r	**C**	q	π	π実際値
システム全体	**0.71**	79.25	29.05	**50.20**	20.75	602.79	608.19

	k_h	P_h	r_h	**C_h**	q_h	$π_h$	$π_h$実際値
サブシステム1	**2.50**	28.50	8.30	**20.20**	20.75	172.23	177.63
サブシステム2	**1.00**	50.75	20.75	**30.00**	20.75	430.56	430.56

		k_{hj}	P_{hj}	r_{hj}	**C_{hj}**	q_{hj}	$π_{hj}$
サブ1	企業11	**1.50**	28.50	9.50	**19.00**	14.25	135.38
	企業12	**1.00**	28.50	6.50	**22.00**	6.50	42.25
サブ2	企業20	**1.00**	50.75	20.75	**30.00**	20.75	430.56

表 3 と比較すると、最も恩恵を受けるのは、企業 11 ではなくて、企業 12 の方ですね。企業 11 にとっては、価格上昇の恩恵は有りますが数量減となりますし、一方、企業 12 にとっては価格上昇に加え数量増加となりますので。それに引き換え、企業 22 にとっては価格下落・数量減のダブルパンチですね。

仮に、企業 11 が $k_{11}=k_{12}+0.5$ の関係を維持するなら、企業 12 の利潤が最大化するのは $k_{12}≒0.39898$ の場合ですね。企業 11 と企業 12 にコスト差が無ければ、$k_{12}=0.5$ の時に追随としての利潤が最大化することになります。

チョット、余談になりますが、上の表の計算って意外に簡単で、$k=5/7$、$C_1=20.2$、$C=50.2$ を求め、$P=(a+kC)/(k+1)=317/4$ を計算しますと、あとは $q=100-P=83/4$、$r=P-C=317/4-50.2=29.05$、および $r:r_1:r_2=1/k:1/k_1:1/k_2=7/5:1/2.5:1/1=7:2:5$ の単純な関係ですから、そこから $r_1=kr/k_1=5/7*29.05/2.5=8.3$ を求め、更に $q_{11}=k_{11}r_{11}=1.5*(r_1+C_1-C_{11})=1.5*(8.3+20.2-19)=14.25$ と計算することによって、簡単に表に数値を埋めることができます。

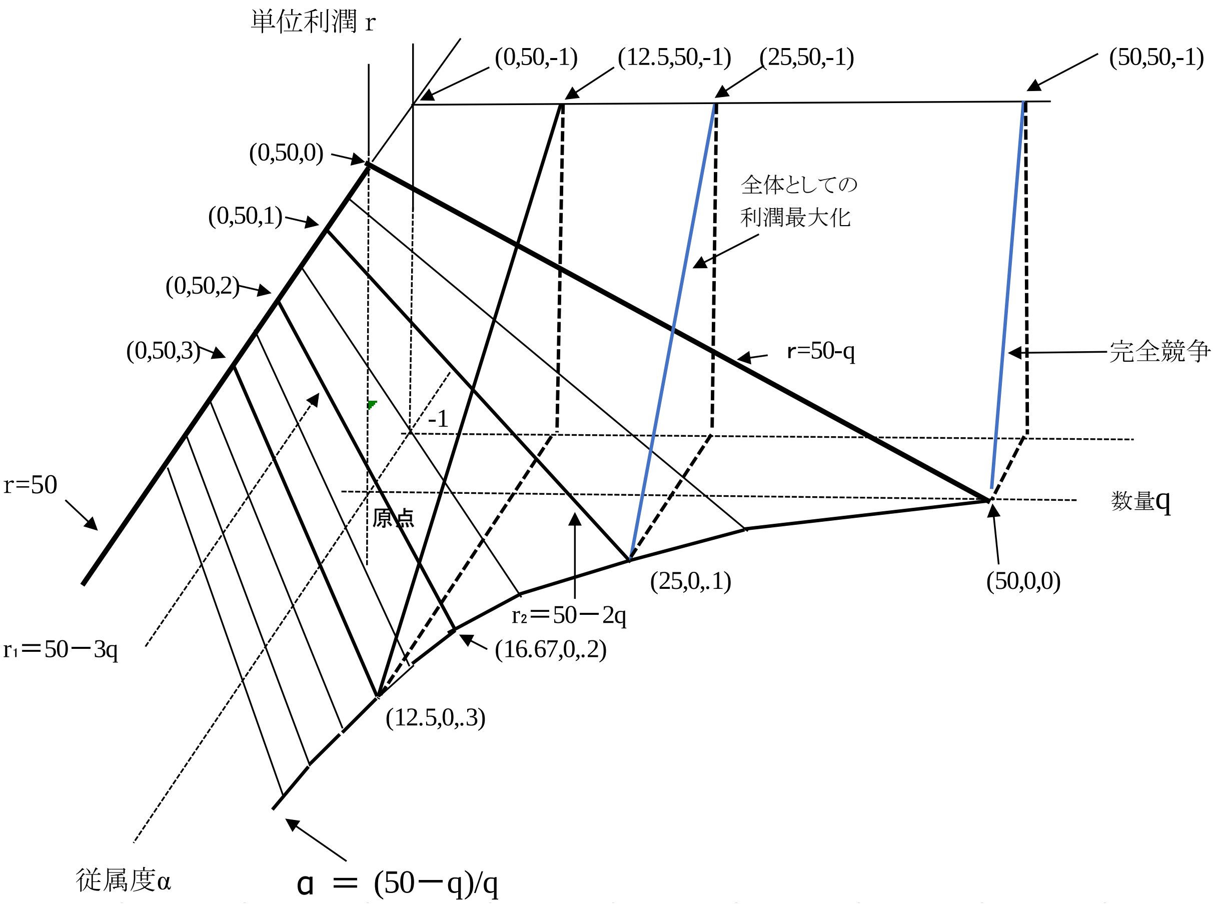
ゆき： 少し横道に迷い込んでしまいましたけど、話を戻して、単位利潤曲面について見てみたいと思いますが。

時駆老人：まずは、ゆきさんに描いて頂いた図の構造から見ておくべきでしょうが。ゆきさ

んから説明していただいた方が良いのでは。

ゆき：実に不思議な曲面ですね。最初、お話を聞いた時にはさっぱり意味が分からなかったのですが、一つ一つ整理していくと、一見なんてことは無さそうでいて、実に意味深い図が出来上がりました。

図 3：単位利潤曲面



時駆老人：私の理解不足に加え、非線形のケースまでごっちゃにしてしまったので、復元はかなり厄介だったでしょうね。

ゆき：0 から作るのでしたら、そんなアイデアは浮かびさえしませんが、おおまかでも全体像が示されれば、復元するのって意外に簡単なもんですね。

話を戻しますが、
”q－r 平面”と平行な平面で切ると、交線は全て直線(図 1)ですし、同じく、”r－α 平面”と平行な平面で切っても交線は全て直線(図 2)となります。それぞれの平面である、q－r、r－α、

$q-\alpha$ の 3 つの平面との交線は、それぞれ、
$r=50-q$
$r=50$
$\alpha=1/k=(50-q)/q$
で表されるのですが、$q-r$ 平面との交線は、$\alpha=0$ ではなく、敢えて $\alpha=-1$ へとずらして $r=50$、$\alpha=-1$ の $q-r$ 平面に平行な平面を基準にするるんですね。何も敢えて、そんな芸当を使わなくとも良いのではと思ったのですが、意外に便利で、且つ普遍性も有る様です。

V．非線形への拡張、および k の持つ意味

ゆき：例えば、需要関数が $P=100-q^s$ の様な非線形であってもずらすことによって容易に解を求めることができますし。例えば、$s=0.8$ としますと、-1 の代わりに $-1/0.8=-1.25$ ずらしたところから直線を引けば良いだけです。非線形であっても、ほとんど線形と同様に扱え簡単に解を求められます。例えば、企業 10 の利潤最大化の場合、
需要関数を $P=100-q^{0.8}$
$k_{20}=1$ とすると、企業 10 の利潤最大化条件は、線形の場合でしたら $k_{10}=1/(k_{20}+1)=0.5$ ですが、非線形の場合は、$k_{10}=1/(k_{20}+s)$ となりますので、
$k_{10}=1/(k_{20}+s)=1/1.8=5/9$
$1/k=1/k_{10}+1/k_{20}=14/5$、ですので $k=5/14$
$C_{10}=20$、$C_{20}=30$、$C=50$ として
サブシステム 1（＝企業 10）の単位利潤ならば、
$r=100-50-q^s=s(a-C)/(k+s)=0.8*50/(5/14+0.8)=2800/81$ ですので、
$q^{0.8}=50-r=1250/81$ となり、
$r_{10}=50-(0.8*1+1)q^{0.8}=50-1.8*1250/81=1800/81$
$r_{20}=50-(0.8*9/5+1)q^{0.8}=50-2.44*1250/81=1000/81$
尚、利潤の比は線形の場合と同様に、$r/k=r_{10}/k_{10}=r_{20}/k_{20}$ となります。
単に 1 を 0.8 に何か所か置き換えするだけで、線形の場合と同じ要領で解が求められます。下記の図 4 の様に、座標$(-1/0.8、50)$を起点にして、α 軸との交点である $1/k$ へ直線を引くだけで良いんですね。これを利用して、図から比例計算で、$r_1：1.8=50：(2.8+1.25)$の様にしても求められますし、$k_{10}=0.8q^{0.8}/r_1$ からも求められます。求め方はいろいろありますね。

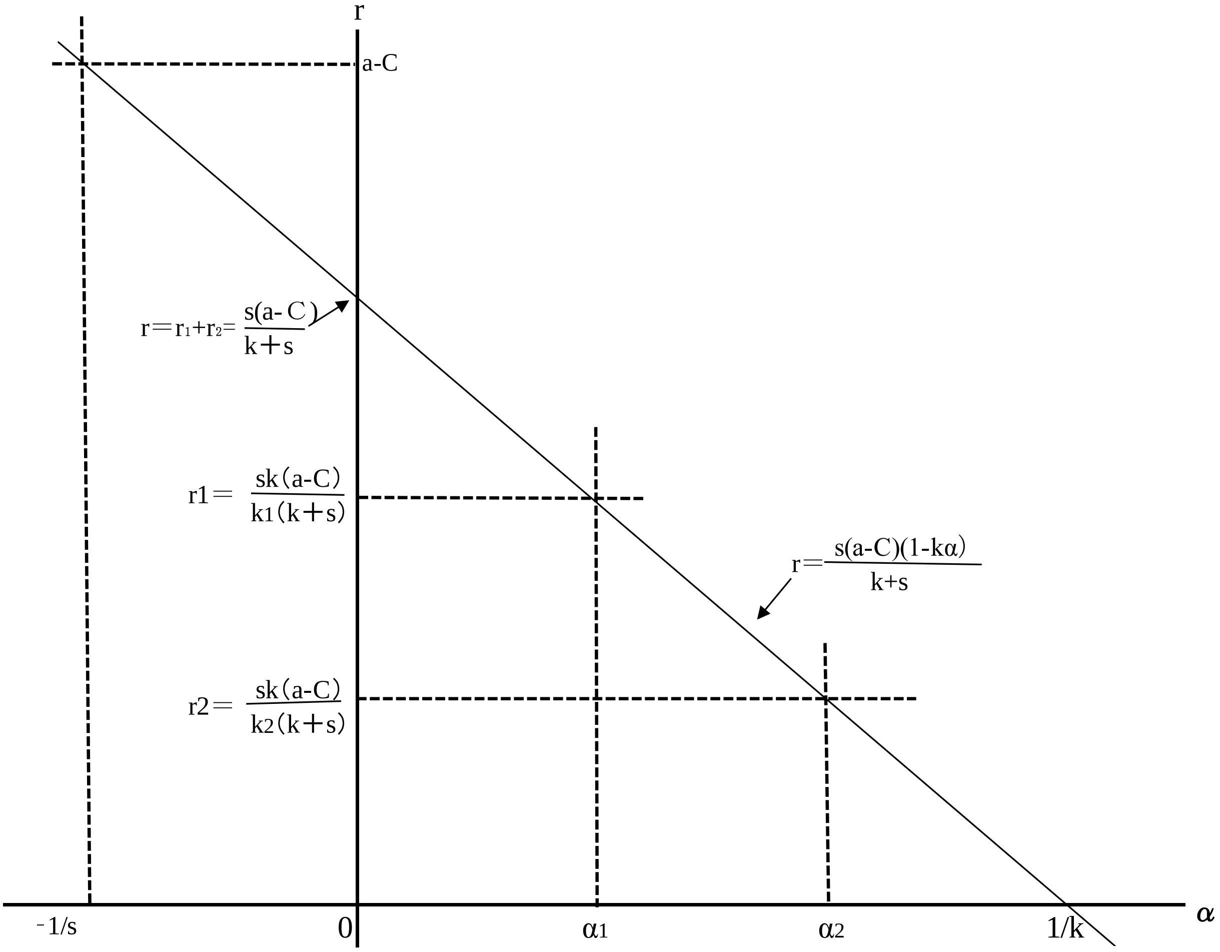
最期に $q=(\frac{1250}{81})^{1.25}≒30.5866$ と計算し、まとめておくと以下の様になります。

		価格	供給数		単位費用	単位利潤	利潤計
	k	P	$q^{0.8}$	q	C	r	π
企業10	0.556	42.22	15.43	30.59	20.00	22.22	679.70
企業20	1.000	42.35	15.43	30.59	30.00	12.35	377.61
合計	0.357	84.57	15.43	30.59	50.00	34.57	1057.31

ともあれ、平面で考察するより、曲面で考察する方が、情報量が増えますし、なにかと計算も楽そうですし、非線形でもほとんど線形と同様な扱いで済む様に単純化できます。

図 4：需要関数が非線形

「r－α 平面と平行な面」と単位利潤曲面との交線(r－α 平面への投影)



k とは？

それと、非線形を線形の様に変換してしまうってのは、不思議なもんですね。これって、k の持つ特性とでも言ったら良いかも。k の意味って、

例えば、需要関数を $P=a-bq^s$ としますと、k11 なら、

$k_{11}=bsq_{11}/(r_{11}q^{1-s})$

となる様です。P＝100－q とすれば、s＝b＝1 ですので、k11＝q11/r11 と単純化でき、単に［(企業 11 の供給数）/（企業 11 の単位利潤)］となりますが、非線形の場合は少々複雑ですね。非線形を線形の様に変換できる秘密ってのは、どうも k の式を見れば納得できる感じがします。k には非線形を線形に変換する機能が内包されているんですね。

次に k の合成の仕組みを見てみると

$k_1 = k_{11} + k_{12} +, \ldots, + k_n$

$= bsq_{11}/(r_{11}q^{1-s}) + bsq_{12}/(r_{12}q^{1-s}) +, \ldots, + \ bsq_{1n}/(r_{1n}q^{1-s})$

$= bs(q_{11}/r_{11} + q_{12}/r_{12} +,..,+ q_{1n}/r_{1n}) \ /q^{1-s}$

となるんですが、

$q_{11}/r_{11} + q_{12}/r_{12} +,..,+ q_{1n}/r_{1n} = q/r_1$

なんですね。というか、そうなるように調整されていると言うべきなんですが、そうしますと、

$k_1 = bs(q/r_1) \ /q^{1-s}$

$= bsq^s/r_1$

となり、

$1/k = 1/k_1 + 1/k_2 +, \ldots, + 1/k_n$

$= r_1/\ bsq^s + r_2/\ bsq^s +, \ldots, + \ r_n/\ bsq^s$

$= r/\ bsq^s$

こんな合成の仕組みになっているんです。

価格や単位利潤の式を比べてみると、

価格は、

$P = a - bq^s = (sa + kC)/(k + s)$

線形なら、$P = a - q = (a + kC)/(k + 1)$

単位利潤は、

$r = a - C - bq^s = s(a - C)/(k + s)$

線形なら、$r = a - C - q = (a - C)/(k + 1)$

線形の場合、非線形における s が 1 に置き換わると言うか、寧ろ s=1 となるだけのことで、非線形も線形も特には大した差異は無さそうです。

尚、q－r 平面で切断した場合は、

利潤関数は、

$r = a - C - bq^s$

$r_{10} = a - C - (s\alpha_1 + 1)bq^s$

$r_{20} = a - C - (s\alpha_2 + 1)bq^s$

供給関数は

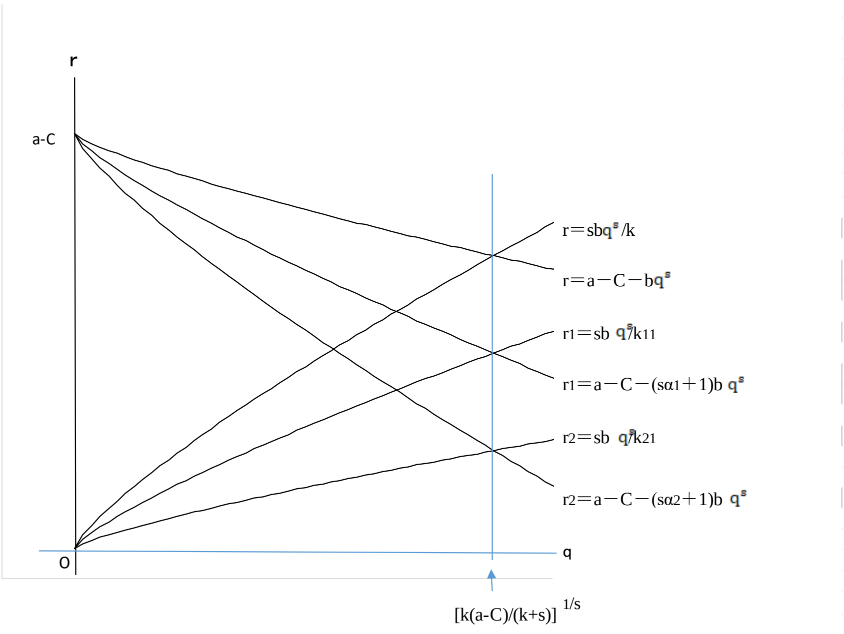
$r = sbq^s/k$

$r_{10} = sbq^s/k_{10}$

$r_{20} = sbq^s/k_{20}$

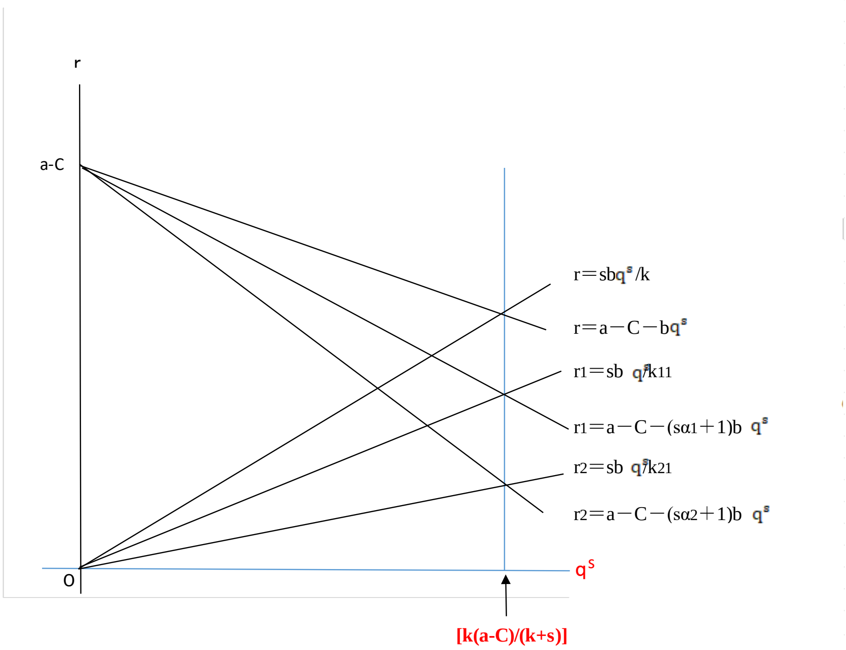
非線形のままで作図してみますと、

図 5：単位利潤関数と供給関数の交点の関係（q-r 平面への投影）



直線と区別し難い曲線になってしまいましたけど、これって曲線なんですが、時駆さんが学んできたのは、線形も非線形も区別なく直線であって、同じ需要曲面とのこと、見たのは次の図 6 だったようです。x 軸は q ではなく q^s とするようで、そうしますと、全てが直線で表されることになります。従属度 α 軸も α ではなく、sα とすると、線形、非線形の区別なく同じように直線による図になりますね。

図 6：単位利潤関数と供給関数(q 軸を q→ q^s に変更)の交線の関係（q-r 平面への投影）



時駆老人：肝心なところの記憶が曖昧と言うか、理解できて無かったせいか、お手数をかけちゃいましたね。

ゆき：隅谷先生の言葉の「理論はシンプルで有ってこそ価値が有る」ってことが良く理解できました。シンプルですと、再現するのも楽ですし、非線形でも厄介なべき乗の計算も不要ですし、ともあれ至って計算が楽ですね。

(続く：未完です)